

▼ Nyheder i Gym-pakken til Maple 2019

▼ Nye generelle rutiner

▼ *niveaukurver*

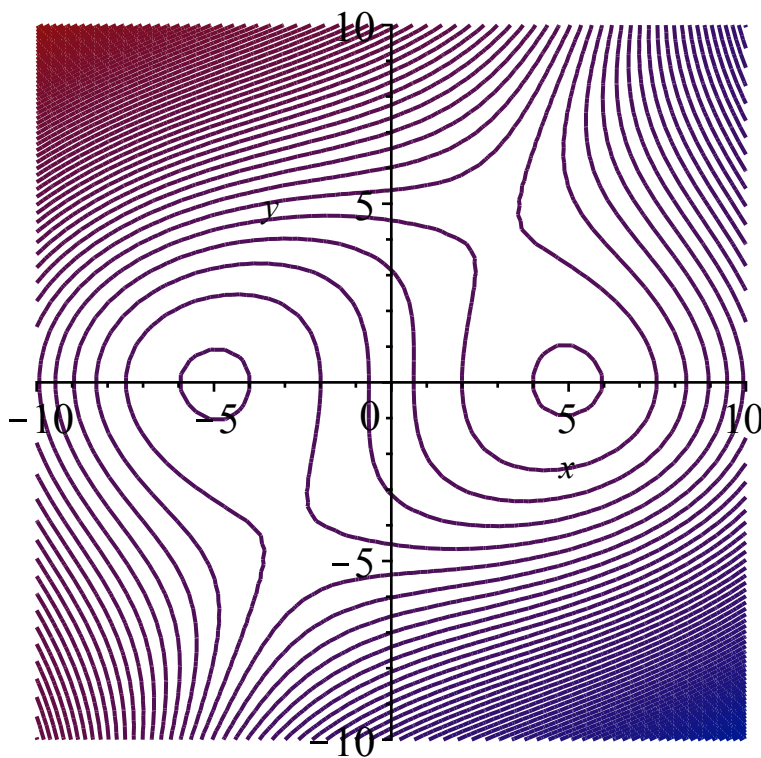
Med denne kommando kan man tegne niveaukurver for funktioner af to variable uden at skulle indlæse andet end Gym-pakken:

with(Gym) :

$$f(x, y) := 2x^3 + 6xy^2 - 3y^3 - 150x$$

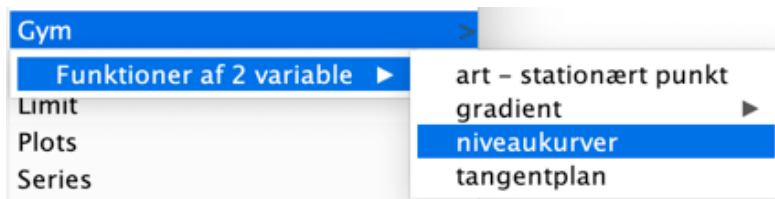
$$f := (x, y) \mapsto 2x^3 + 6xy^2 - 3y^3 - 150x$$

niveaukurver(f(x, y), x = -10..10, y = -10..10, konturer = 100, size = [300, 300])



Kommandoen er også direkte tilgængelig fra kontekstmenuen, hvor indstilling af plottet sker via en dialogboks.

$$f(x, y)$$



▼ **gradient**

$$f(x, y) := 2x^3 + 6xy^2 - 3y^3 - 150x$$

$$f := (x, y) \mapsto 2x^3 + 6xy^2 - 3y^3 - 150x$$

$$\text{gradient}(f, [x, y])$$

$$\begin{bmatrix} 6x^2 + 6y^2 - 150 \\ 12xy - 9y^2 \end{bmatrix}$$

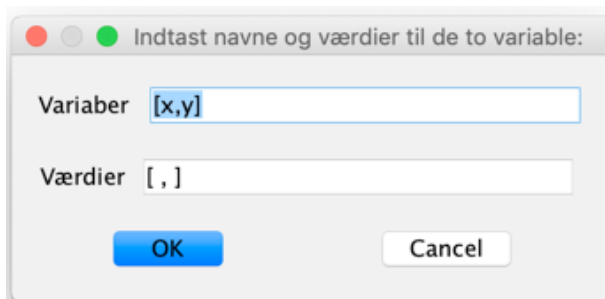
$$\text{gradient}(f, [x, y] = [1, 2])$$

$$\begin{bmatrix} -120 \\ -12 \end{bmatrix}$$

-eller direkte fra kontekstmenuen, hvor man har begge muligheder:



og skal udfylde dialogen



▼ *tangentplan*

Ligningen for tangentplanen til grafen for

$$f(x, y) := 2x^3 + 6x \cdot y^2 - 3y^3 - 150x$$
$$f := (x, y) \mapsto 2x^3 + 6xy^2 - 3y^3 - 150x$$

i punktet med koordinaterne $(1, 2, f(1, 2))$ bestemmes således

$$\text{tangentplan}(f(x, y), [x, y, z] = [1, 2])$$
$$z = -120x - 4 - 12y$$

- eller direkte fra kontekstmenuen.

▼ *art*

Denne kommando bestemmer arten af et stationært punkt for en funktion af to variable:

$$f(x, y) := 2x^3 + 6x \cdot y^2 - 3y^3 - 150x$$
$$f := (x, y) \mapsto 2x^3 + 6xy^2 - 3y^3 - 150x$$

Først bestemmes de stationære punkter

$$\text{solve}\left(\left\{\frac{\partial}{\partial x}f(x, y) = 0, \frac{\partial}{\partial y}f(x, y) = 0\right\}\right)$$
$$\{x = 5, y = 0\}, \{x = -5, y = 0\}, \{x = 3, y = 4\}, \{x = -3, y = -4\}$$

Arten af det stationære punkt $(5, 0)$ bestemmes således:

$$\text{art}(f(x, y), [x, y, z] = [5, 0, f(5, 0)])$$
$$r = 60 \quad s = 0 \quad t = 60$$

Diskriminanten er $\Delta = r t - s^2 = 3600$

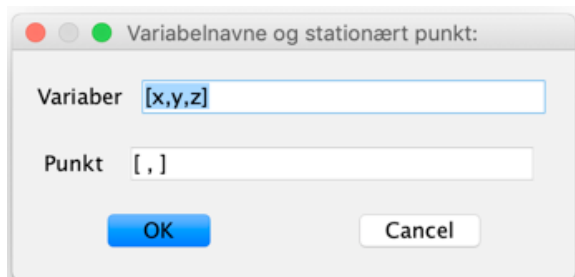
Da $\Delta > 0$ og $r > 0$ har funktionen et lokalt minimum i

$$[5, 0]$$

og funktionsværdien er -500

- og tilsvarende for de øvrige stationære punkter.

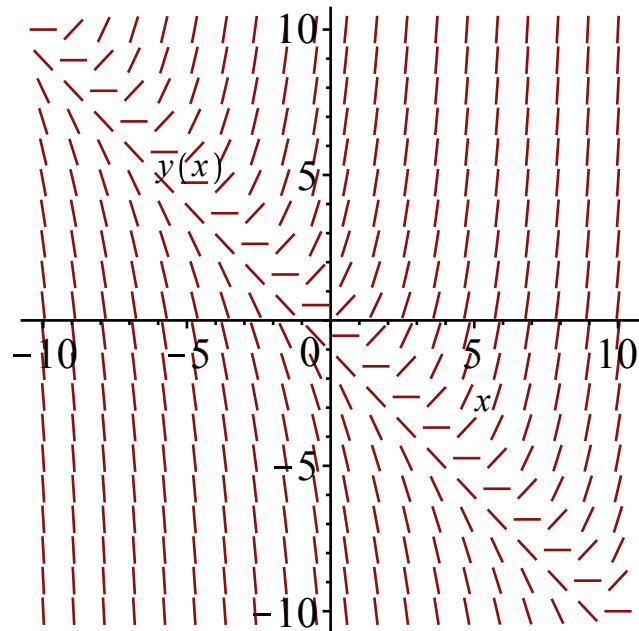
art er også tilgængelig fra kontekstmenuen, hvor der indtastes i en dialog:



▼ linjeelementer (hældningsfelt)

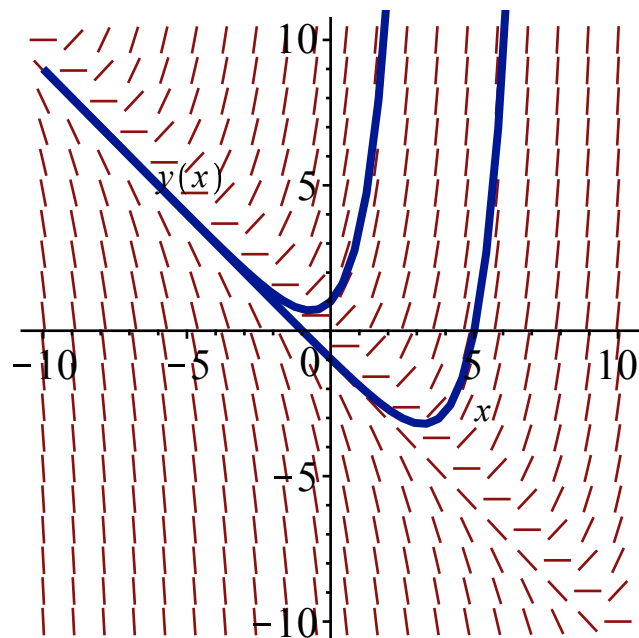
Linjeelementer (et hældningsfelt) for en differentialligning tegnes med kommandoen

`linjeelementer(y'(x) = x + y(x), y(x), x = -10 .. 10, y = -10 .. 10, size = [250, 250])`

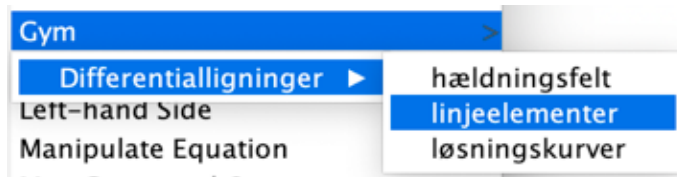


- og vil man have tegnet løsningskurver, skal initialbetingelserne indsættes i kommandoen som en liste

`linjeelementer(y' = x + y, y, x = -10 .. 10, y = -10 .. 10, [y(0) = 1, y(5) = 0], size = [250, 250])`



Kommandoen er også tilgængelig fra kontekstmenuen (ved at klikke på en differentialligning):



hældningsfelt og linjeelementer gør nøjagtig det samme. At kommandoen har fået navnet linjeelementer skyldes, at Maple's command recognition ikke bryder sig om, at bogstavet 'æ' er i navnet inden for de første 4 bogstaver. Med linjeelementer er kommandoen genkendt efter 4 bogstaver:

linjeelementer
linj

- og man skal blot taste Enter. Var 'hældningsfelt' valgt, ville man være nødt til at skrive det hele.

▼ *residualspredning*

Kommandoen *residualspredning* er sådan set ikke ny, idet den kunne udregnes som en standardafvigelse med 2 estimerede parametre.

$X := \langle 0.5, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10 \rangle :$

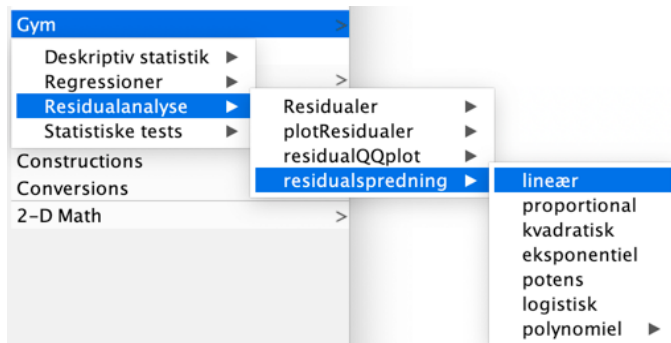
$Y := \langle 0.002, 0.008, 0.033, 0.074, 0.130, 0.204, 0.294, 0.522, 0.816 \rangle :$

$residualspredning(X, Y, LinReg) = 0.0792806578362824$

Kommandoen er også tilgængelig fra kontekstmenuen:

$X, Y \xrightarrow{residualspredning} 0.0792806578362824$

hvor der skal foretages disse valg:



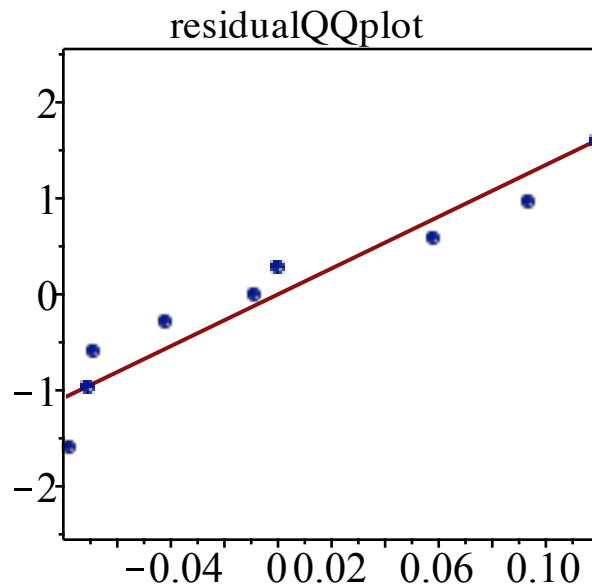
▼ *residualerQQplot*

For at undersøge om residualerne ved en lineær regression er normalfordelte tegnes et QQplot:

```
X := <0.5, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10> :
```

```
Y := <0.002, 0.008, 0.033, 0.074, 0.130, 0.204, 0.294, 0.522, 0.816> :
```

```
residualQQplot(X, Y, LinReg, size = [250, 250])
```



Kommandoen kan benyttes på alle regressioner og kan kaldes via kontekstmenuen - nøjagtig som ovenfor.

▼ *stikprøvespredning*

Stikprøvespredning er blot et andet navn for standardafvigelse (med én estimeret parameter).

```
obs := [3, 5, 6, 7, 3, 4, 5, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 4, 5, 3]
```

```
obs := [3, 5, 6, 7, 3, 4, 5, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 4, 5, 3]
```

```
stikprøvespredning(obs)
```

1.50554530533753

Denne kommando er også tilgængelig fra kontekstmenuen.

▼ *KvadReg*

Denne kommando er et andet navn for en polynomiell regression af grad 2. Men da det er den mest benyttede (udover den lineære), så har den fået sit eget navn:

$X := \langle -1, 0, 1, 2, 3, 5, 7, 9 \rangle :$

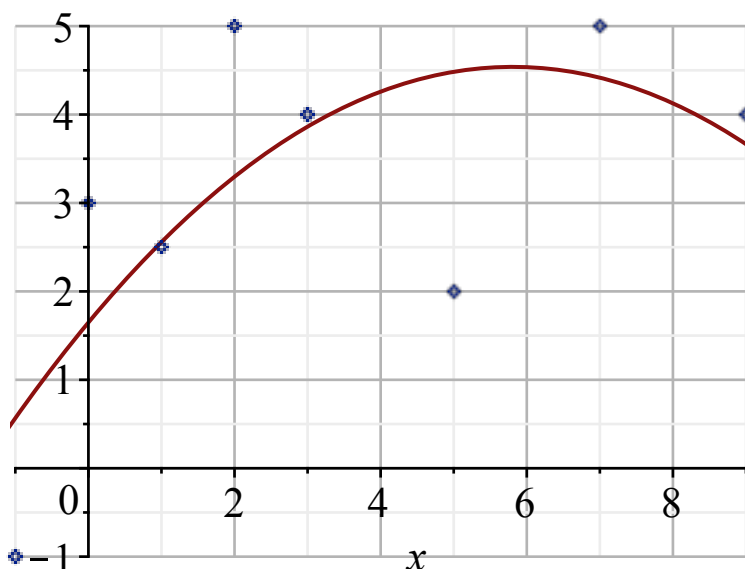
$Y := \langle -1, 3, 2.5, 5, 4, 2, 5, 4 \rangle :$

$KvadReg(X, Y, size = [300, 300])$

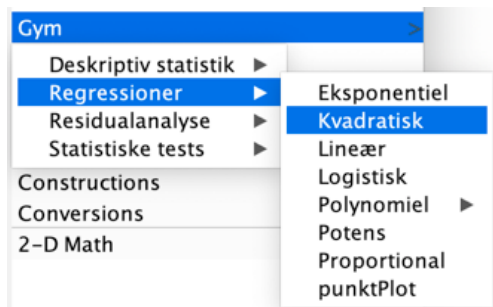
Kvadratisk regression

$$y = -0.085718 x^2 + 0.99556 x + 1.6484.$$

Forklaringsgrad $R^2 = 0.49208$



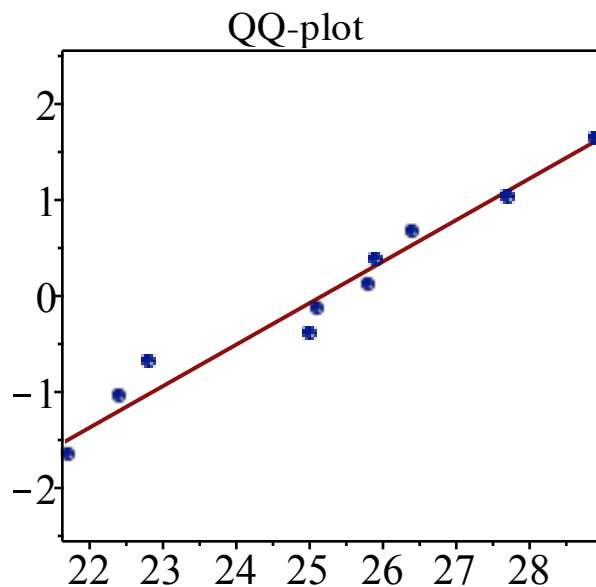
Kommandoen er også tilgængelig fra kontekstmenuen (ved at klikke på X, Y):



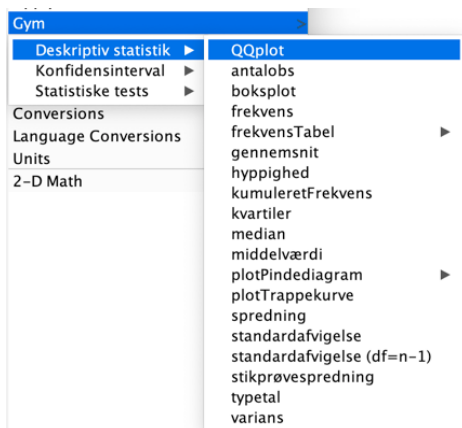
▼ QQplot

Et QQplot benyttes til visuelt at undersøge, at et datasæt kan antages at være normalfordelt. Hvordan et QQplot laves, er i detaljer beskrevet i online-hjælpen til Gym-pakken.

```
X := [25.0, 25.1, 27.7, 25.8, 25.9, 21.7, 22.8, 28.9, 26.4, 22.4] :  
QQplot(X, size = [250, 250])
```



Denne kommando er også tilgængelig fra kontekstmenuen.

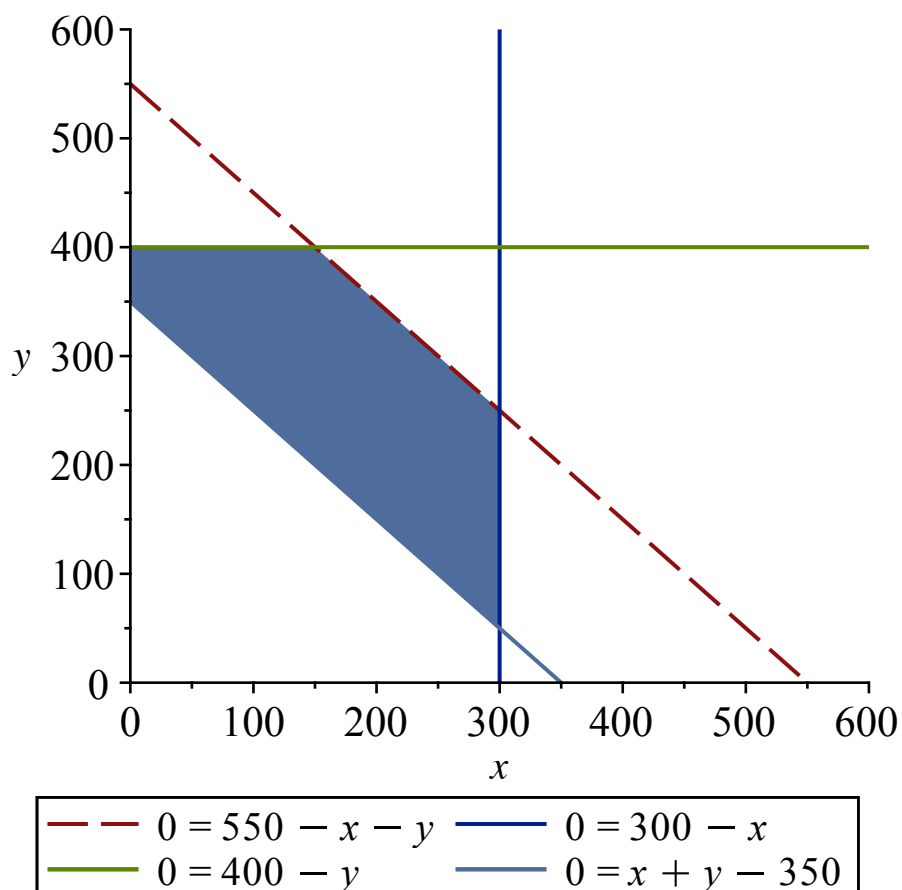


▼ *polygonOmråde*

I forbindelse med lineær- og kvadratisk programmeringsopgaver er det ofte et temmeligt omfattende arbejde at få tegne muligheds området. Denne kommando automatiserer denne proces, idet alle begrænsningsuligheder indtastes i en liste, der benyttes som argument til kommandoen *polygonOmråde*:

```
X := [550 - x - y > 0, 300 - x ≥ 0, 400 - y ≥ 0, x + y - 350 ≥ 0, x ≥ 0, y ≥ 0]
X := [0 < 550 - x - y, 0 ≤ 300 - x, 0 ≤ 400 - y, 0 ≤ x + y - 350, 0 ≤ x, 0 ≤ y]
```

```
polygonOmråde(X, x = 0 ..600, y = 0 ..600, size = [350, 350])
```



Hvis der er skarpt ulighedstegn i begrænsningsuligheden, tegnes en stiplede linje - ellers en ubrudt linje. Alle linjer tegnes i forskellige (fortløbende) farver fra Niagara-paletten.

Kommandoen er også tilgængelig fra kontekstmenuen..

▼ LPplot

Denne kommando tegner ud over begrænsningsområdet også en række niveaulinjer for et LP-problem:

$$f(x, y) := 90x + 150y$$

$$f := (x, y) \mapsto 90x + 150y$$

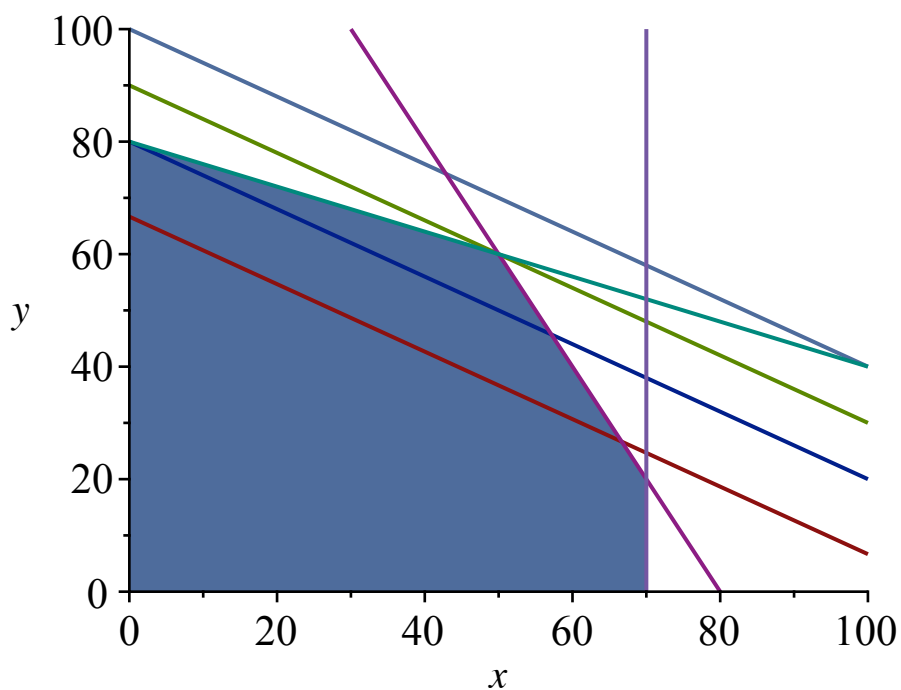
$$L := [x \geq 0, y \geq 0, 0.5x + 0.25y \leq 40, 0.2x + 0.5y \leq 40, 0.4x \leq 28]$$

$$L := [0 \leq x, 0 \leq y, 0.5x + 0.25y \leq 40, 0.2x + 0.5y \leq 40, 0.4x \leq 28]$$

$$N := [10000, 12000, 13500, 15000]$$

$$N := [10000, 12000, 13500, 15000]$$

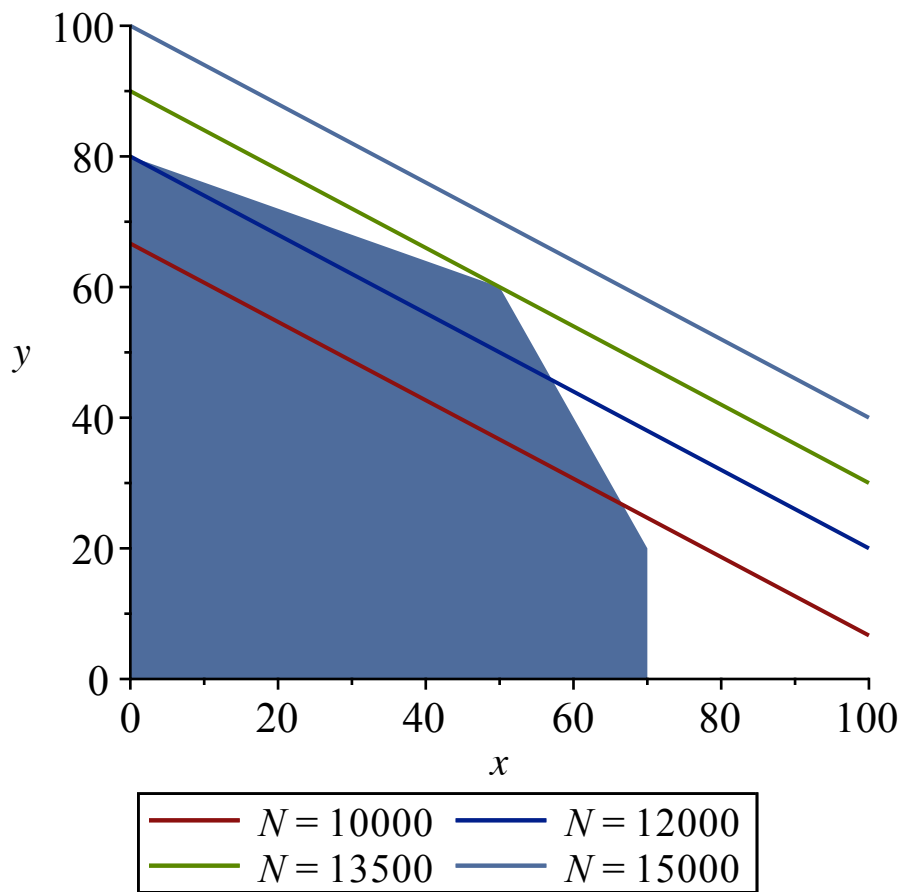
$$LPplot(f(x, y), L, N, x = 0..100, y = 0..100, size = [350, 350])$$



— N = 10000	— N = 12000
— N = 13500	— N = 15000
— 0.5 x + 0.25 y = 40	— 0.2 x + 0.5 y = 40
— 0.4 x = 28	

Begrænsningslinjerne kan fjernes, så det ser knap så forvirrende ud:

$$LPplot(f(x, y), L, N, x = 0..100, y = 0..100, linjer = false, size = [350, 350])$$



▼ *KPplot*

Denne kommando tegner ud over begrænsningsområdet også en række niveaulinjer for et KP-problem:

$$f(x, y) := -x^2 + 18x - 3y^2 + 36y$$

$$f := (x, y) \mapsto -x^2 + 18x - 3y^2 + 36y$$

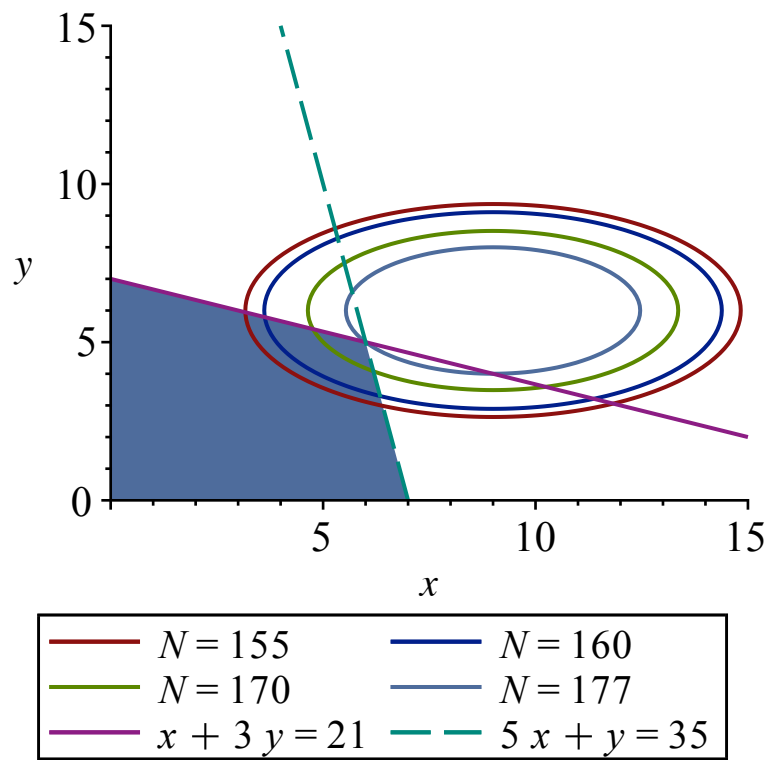
$$X := [x \geq 0, y \geq 0, x + 3y \leq 21, 5x + y < 35]$$

$$X := [0 \leq x, 0 \leq y, x + 3y \leq 21, 5x + y < 35]$$

$$Y := [155, 160, 170, 177]$$

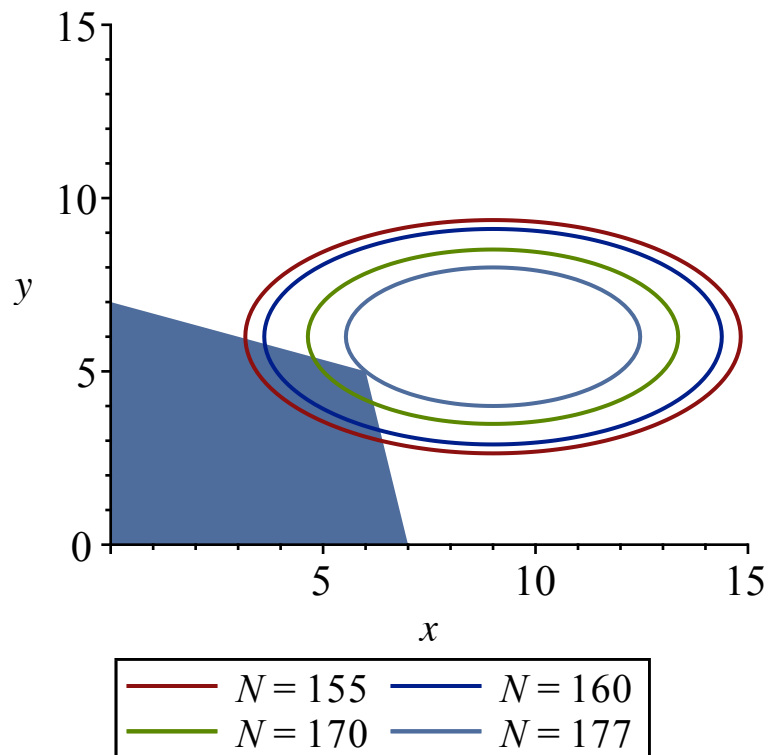
$$Y := [155, 160, 170, 177]$$

$$KPplot(f(x, y), X, Y, x = 0..15, y = 0..15, size = [300, 300])$$



Begrænsningslinjerne kan fjernes:

`KPplot(f(x, y), X, Y, x = 0 ..15, y = 0 ..15, linjer = false, size = [300, 300])`



▼ omskrivKP

Omskriver ligningen $f(x, y) = 0$ til standardformen for en cirkel eller en ellipse, hvor f er en kvadratisk funktion uden blandede led.

$$f(x, y) := x^2 + y^2 + 2x - 6y + 6$$

$$f := (x, y) \mapsto x^2 + y^2 + 2x - 6y + 6$$

`omskrivKP(f(x, y))`

$$(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 4$$

$$g(x, y) := -x^2 + 18x - 3y^2 + 36y$$

$$g := (x, y) \mapsto -x^2 + 18x - 3y^2 + 36y$$

`omskrivKP(g(x, y))`

$$\frac{(x - 9)^2}{189} + \frac{(y - 6)^2}{63} = 1$$

Hvis det i stedet er ligningen fx $f(x, y) = 4$, der skal omskrives, udvides kommandoen med `niveau = 4`:

`omskrivKP(f(x, y), niveau = 4)`

$$(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 8$$

Kommandoen er også tilgængelig fra kontekstmenuen.

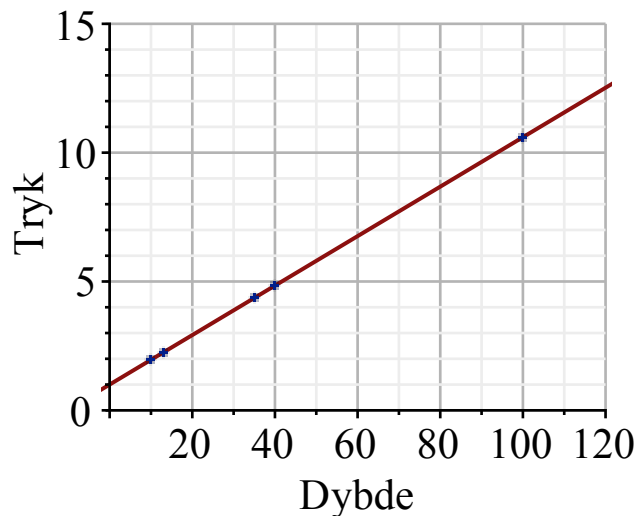
▼ Forbedringer

▼ Regressioner og punktPlot

Alle regressionskommandoer, punktPlot og plotResidualer er blevet reprogrammeret, så de tillader at udnytte alle Maple's plot options, så der kan sættes fx overskrift og akselabels på de plots, der genereres af regressionskommandoerne. Et eksempel:

```
L1 := [10, 13, 35, 40, 100]:  
L2 := [1.96, 2.25, 4.36, 4.84, 10.6]:  
LinReg(L1, L2, view = [-1 ..120, 0 ..15], labels = ["Dybde", "Tryk"], labeldirections  
= ["default", "vertical"], title = "Sammenhæng mellem dybde og tryk", titlefont = [Times,  
16], size = [250, 250])
```

Sammenhæng mellem dybde og tryk



▼ vektorPlot

Som følge af en programmeringsfejl har der ikke været muligt at tegne lodrette tangenter med *vektorPlot*. Fejlen er rettet nu:

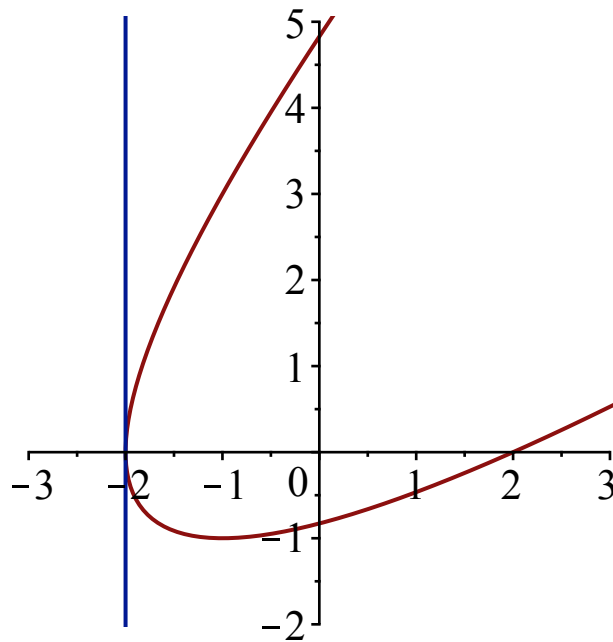
$$\vec{r}(t) := \langle t^2 - 2, t^2 + 2t \rangle$$

$$\vec{r} := t \mapsto \langle t^2 - 2, t^2 + 2t \rangle$$

$$l(t) := \langle -2, 0 \rangle + s \cdot \langle 0, 2 \rangle$$

$$l := t \mapsto \langle -2, 0 \rangle + s \langle 0, 2 \rangle$$

```
vektorPlot([[\vec{r}(t)], [l(s), farve = "Navy"]], vindue = [-3 ..3, -2 ..5])
```



▼ *afrund*

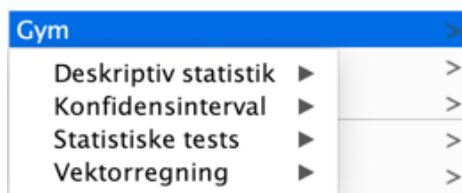
afrund er blevet udvidet, så den også virker på en 'expression sequence' :

$$\text{solve}(x^2 = 2, x) = \sqrt{2}, -\sqrt{2} \xrightarrow{\text{afrund}} 1.41, -1.41$$

▼ *kontekstmenuer*

Tidligere blev 'Gym' ikke aktiveret ved klik på navne for variable og for ikke-evaluerede vektorer på formen. Dette er ændret nu, så evaluering ikke længere er nødvendig.

Fx vil et klik på $\langle 1, 2 \rangle$ aktivere alle kontekstmenuer, hvor vektorer er i spil.



Det samme vil ske, hvis vektoren får et navn

$$\vec{v} := \langle 1, 2 \rangle$$

og der klikkes på \vec{v} .

