

Identificación de gráficas de funciones de la forma

$$f(x, y) = a + bx^2 + cy^2, \text{ con } a > 0 \text{ y } b > 0, \text{ o } a < 0 \text{ y } b < 0$$

Preparado por Dr. Ranferí Gutiérrez

En esta hoja se presentan una serie de gráficas correspondientes a superficies de funciones de la forma $f(x, y) = a + bx^2 + cy^2$, con $a > 0$ y $b > 0$, o $a < 0$ y $b < 0$, las cuales corresponden a paraboloides elípticos o circulares.

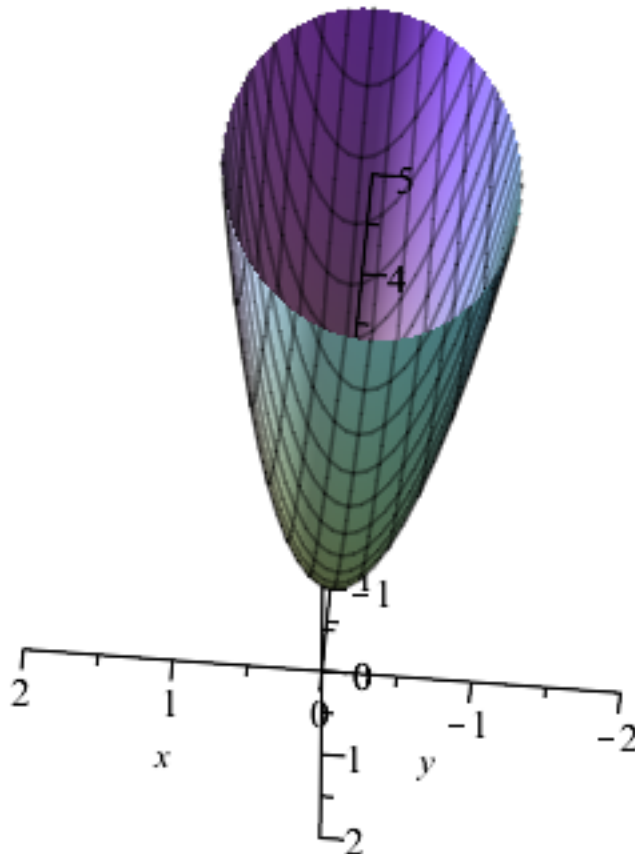
Siga un razonamiento similar al mostrado en el ejemplo de abajo para tratar de identificar la función que corresponde a cada superficie. Al final de la hoja encontrará las soluciones.

▼ Ejemplo

¿Qué ecuación le corresponde a la superficie mostrada en la figura? Sus opciones son las siguientes:

1. $z = x^2 + 4y^2 + 1$
2. $z = 4x^2 + y^2 + 1$
3. $z = -x^2 - y^2 + 1$
4. $z = x^2 + 4y^2 - 1$
5. $z = x^2 + y^2 + 1$

Recuerde que puede rotar la figura usando el ratón de su computadora.



Solución: Observe la orientación de los ejes, los cuales forman un sistema de coordenadas derecho. Note que el vértice de la superficie está en $(0,0,1)$, lo cual descarta la opción 4 ya que para ella, $z(0,0) = -1$. El paraboloides abre hacia arriba, lo cual descarta también la opción 3, la cual corresponde, por los signos negativos en ambos coeficientes cuadráticos, a un paraboloides que abre hacia abajo.

Al rotar la figura, apuntando el eje Z hacia afuera de la pantalla, puede observar que el paraboloides es elíptico, lo cual descarta la opción 5, la cual, por tener iguales ambos coeficientes en los términos cuadráticos, corresponde a un paraboloides circular.

Observe que el máximo valor del eje Z corresponde a $z = 5$. Como únicamente quedan las opciones 1 y 2 como posibles respuestas, haga $z = 5$ en cada opción y observe que, para la opción 1, luego de un poco de manipuleo algebraico se llega a la ecuación

$$\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$$

la cual corresponde a una elipse con su eje mayor sobre el eje X.

En el caso de la opción 2, al hacer $z = 5$, se obtiene la ecuación

$$x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$$

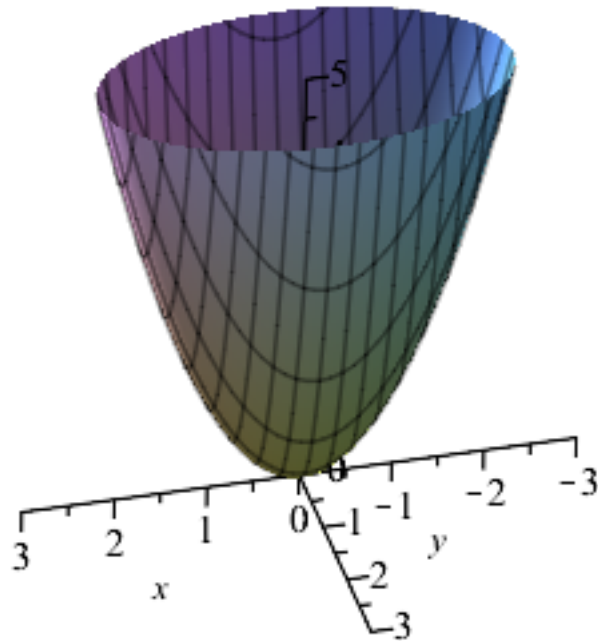
la cual corresponde a una elipse con su eje mayor sobre el eje Y.

La figura muestra que el eje mayor del paraboloides, visto desde arriba del plano XY, está a lo largo del eje Y, por lo que la opción correcta debe ser la opción 2.

▼ Superficies a identificar

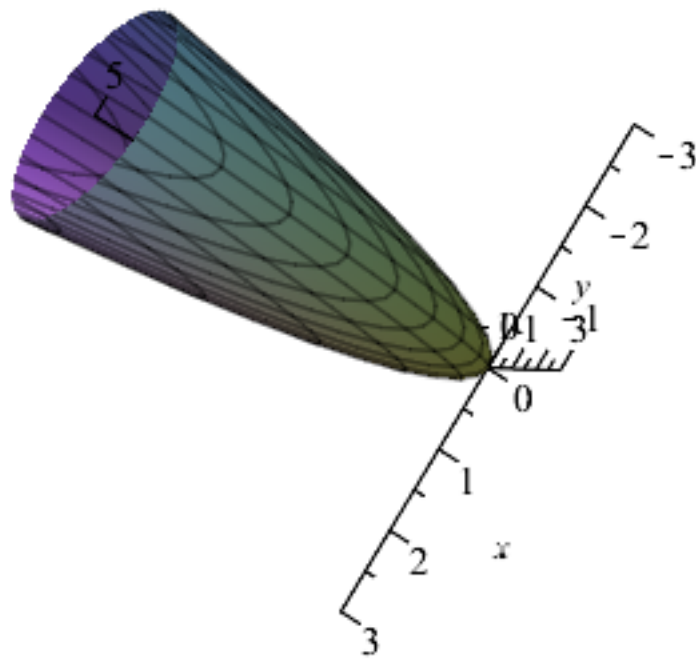
▼ Figura 1

Figura 1



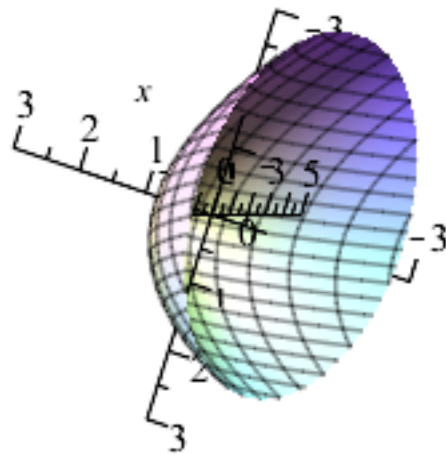
▼ **Figura 2**

Figura 2



▼ **Figura 3**

Figura 3



- ▶ **Figura 4**
- ▶ **Figura 5**
- ▶ **Figura 6**
- ▶ **Figura 7**
- ▶ **Figura 8**
- ▶ **Figura 9**
- ▶ **Figura 10**
- ▶ **Figura 11**
- ▶ **Figura 12**
- ▶ **Figura 13**
- ▶ **Figura 14**

Opciones de respuesta

Op ción	Función
1	$z = -x^2 - y^2$
2	$z = x^2 + 3y^2$
3	$z = -3x^2 - y^2$
4	$z = x^2 + y^2 - 2$
5	$z = 3x^2 + y^2$
6	$z = -x^2 - 3y^2$
7	$z = 2 - 3x^2 - y^2$

8	$z = 3x^2 + y^2 - 2$
9	$z = 2 + x^2 + y^2$
10	$z = 2 - x^2 - 3y^2$
11	$z = x^2 + 3y^2 - 2$
12	$z = 2 - x^2 - y^2$
13	$z = x^2 + y^2$
14	$z = 2 + 3x^2 + y^2$

► **Soluciones**