

Displacement and distance traveled with vectors

physicsleninac@hotmail.com

▼ Iniciando

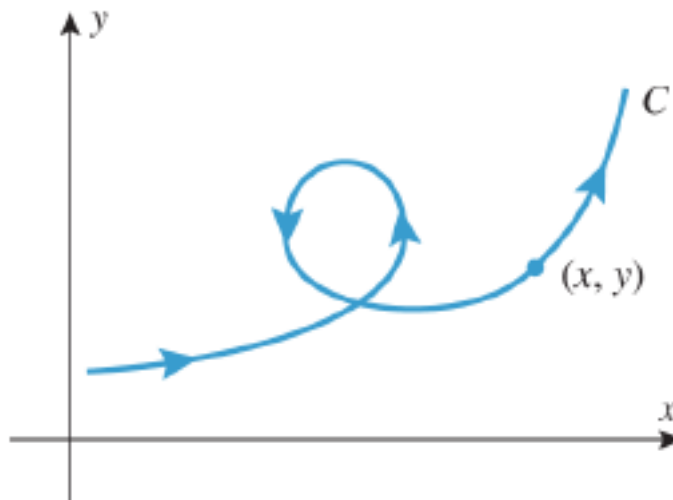
Click aqui para usar las app's

▼ Ecuaciones Paramétricas en plano y espacio

Supongamos que una partícula se mueve a lo largo de una curva C en el plano xy de tal manera que sus coordenadas " x " y " y ", son funciones del tiempo, luego:

$$x = f(t) \quad y = g(t)$$

Las llamamos ecuaciones paramétricas de movimiento para la partícula y nos referimos a C como la *trayectoria de la partícula* o la gráfica de las ecuaciones.



La variable " t " es la figura llamada el parámetro para las ecuaciones.

▼ Ejemplo: plano

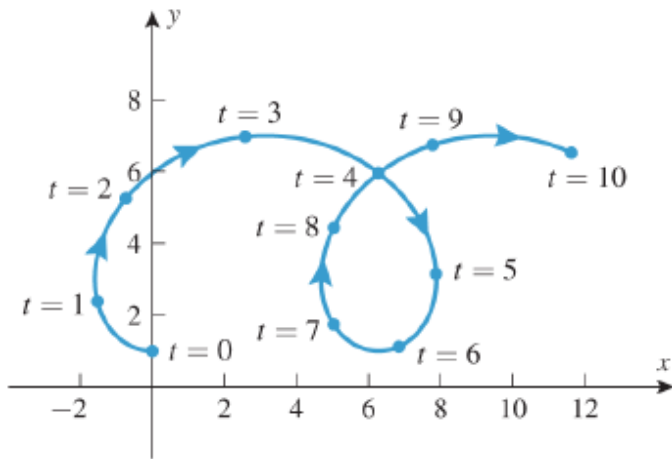
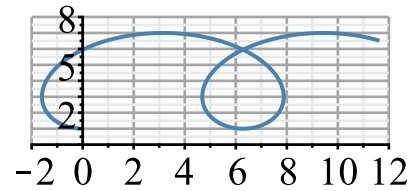
1.- Sketch the trajectory over the time interval $0 \leq t \leq 10$ of the particle whose parametric equations of motion are:

$$x = t - 3 \cdot \sin(t) \quad , \quad y = 4 - 3 \cdot \cos(t)$$

Solución:

| t | x | y |
|-----|------|-----|
| 0 | 0.0 | 1.0 |
| 1 | -1.5 | 2.4 |
| 2 | -0.7 | 5.2 |
| 3 | 2.6 | 7.0 |
| 4 | 6.3 | 6.0 |
| 5 | 7.9 | 3.1 |
| 6 | 6.8 | 1.1 |
| 7 | 5.0 | 1.7 |
| 8 | 5.0 | 4.4 |
| 9 | 7.8 | 6.7 |
| 10 | 11.6 | 6.5 |

restart : with(plots) :
 plot([t - 3·sin(t), 4 - 3·cos(t), t=0 ..10], view=[-2..12, 0..8], color="SteelBlue", gridlines=true);

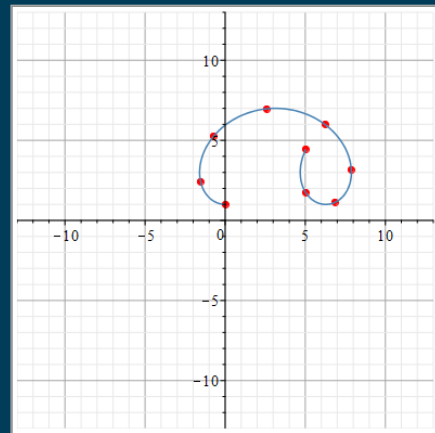


Ingrese $x(t) =$ y
 $y(t) =$

$t =$

[[0, 1], [-1.52, 2.38], [-0.73, 5.25], [2.58, 6.97], [6.27, 5.96], [7.88, 3.15], [6.84, 1.12], [5.03, 1.74], [5.03, 4.44]]

Reset

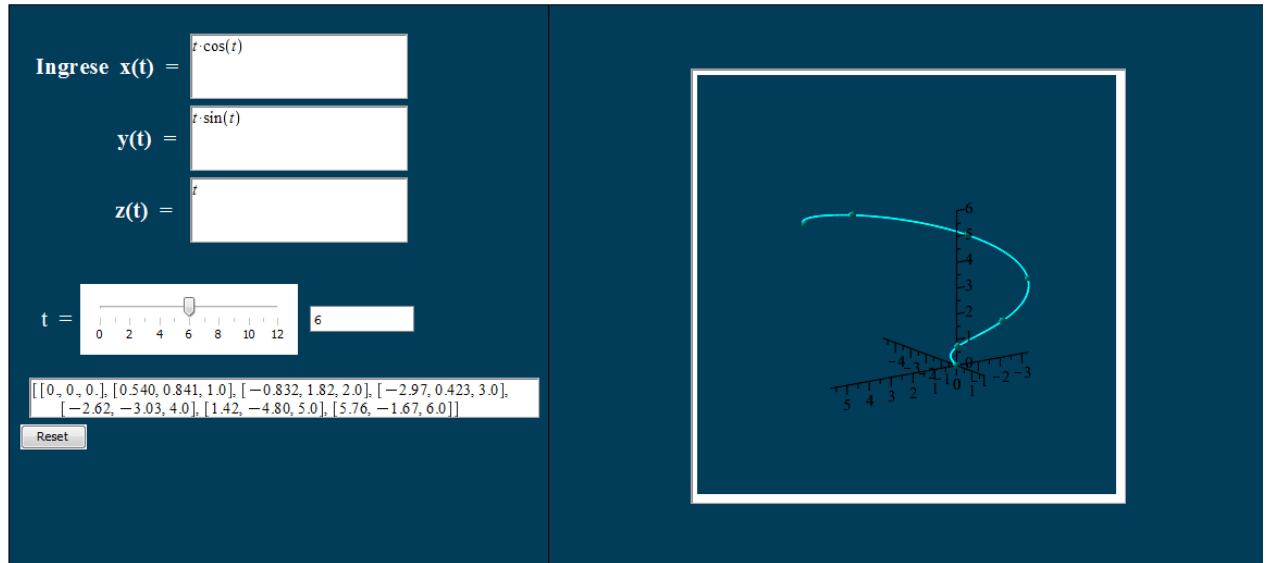


▼ Ejemplo: espacio

2.- Sketch the trajectory over the time interval $0 \leq t \leq 10$ of the particle whose parametric equations of motion are:

$$x = t \cdot \cos(t) \quad , \quad y = t \cdot \sin(t) \quad y \quad z = t$$

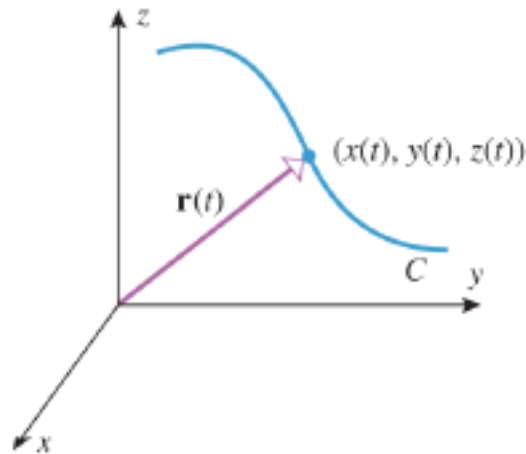
Solución



▼ Vector posición

Si $r(t)$ es una función de valor vectorial en el espacio-3 dimensional, entonces para cada valor permisible de "t" el vector $r = r(t)$ puede representarse en términos de componentes como:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) = \langle x(t), y(t), z(t) \rangle = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k}$$



r medido en unidades de longitud.

Ingrese los componentes del vector posición:

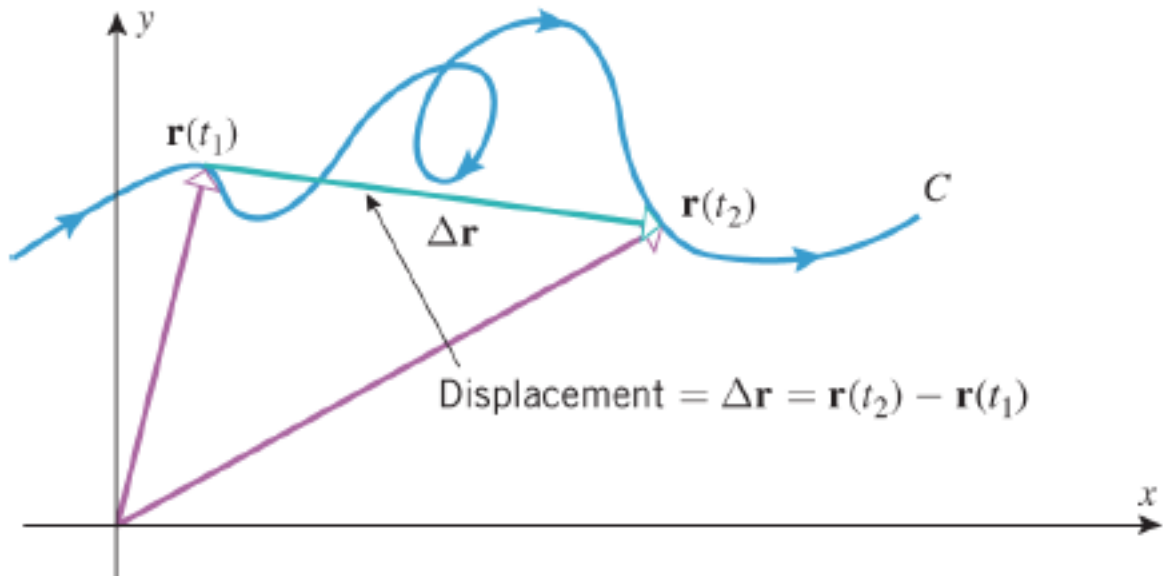
$\mathbf{r} = \langle \text{[]}, \text{[]}, \text{[]} \rangle$

$t =$ segundos

▼ Desplazamiento y distancia

Si una partícula se desplaza a lo largo de una curva C en espacio de 2 o 3 dimensiones, el desplazamiento de la partícula sobre el intervalo de tiempo $t_1 \leq t \leq t_2$ se denota comúnmente por $\Delta \mathbf{r}$ y se define como:

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}(t_2) - \mathbf{r}(t_1)$$



El *vector de desplazamiento*, que describe el cambio de posición de la partícula durante el intervalo de tiempo, se puede obtener integrando la función de velocidad de t_1 hasta t_2 :

$$\Delta \mathbf{r} = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{v}(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{d}{dt} (\mathbf{r}) \right) dt = \mathbf{r}(t_2) - \mathbf{r}(t_1)$$

Se deduce facilmente que podemos encontrar la distancia s recorrida por una partícula sobre un intervalo de tiempo $t_1 \leq t \leq t_2$ integrando la velocidad sobre ese intervalo, ya que:

$$s = \int_{t_1}^{t_2} \left\| \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right\| dt = \int_{t_1}^{t_2} \left\| \mathbf{v}(t) \right\| dt$$

Ejemplo:

Suppose that a particle moves along a circular helix in 3-space so that its position vector at time t is:

$$\mathbf{r}(t) = 4 \cdot \cos(\pi \cdot t) \mathbf{i} + 4 \cdot \sin(\pi \cdot t) \mathbf{j} + t \cdot \mathbf{k}$$

Find the distance traveled and the displacement of the particle during the time interval $1 \leq t \leq 5$.

Ingrese los componentes del vector posición:

$\mathbf{r} = \langle \text{[input]}, \text{[input]}, \text{[input]} \rangle$

Ingrese $t_1 =$ [input] y $t_2 =$ [input]

$\mathbf{r}_{01} = | \mathbf{r}_{02} = | \mathbf{r}_{12} = |$

Desplazamiento: t_1 hasta $t_2 =$ [input] unidades de longitud

Distancia recorrida: t_1 hasta $t_2 =$ [input] unidades de longitud