Maple på C-niveau

Umiddelbart kan Maple på C-niveauet virke som en stor mundfuld, men nøjes man med at benytte Maple som et skriveværktøj kombineret med nogle ganske få menukommandoer, vil eleverne kunne få stor glæde af Maple.
Nedenfor er der givet en række ideer til, hvordan Maple kan benyttes dels til opgaveregning, og dels som et pædagogisk værktøj.

Indsættelse i formler

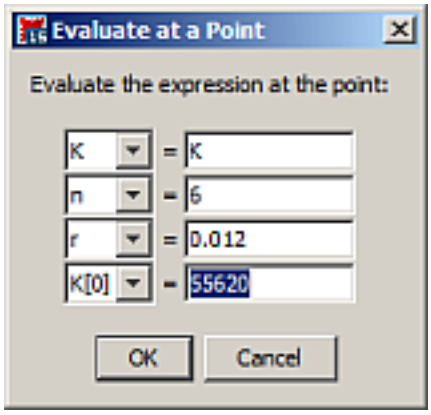
En 18-årig får udbetalt sin børneopsparing på 55620 kr.
Beløbet indsættes på en konto til en fast årlig rente på 1,2%.
a) Bestem beløbet på kontoen efter 6 år.
b) Hvor mange år går der i alt, før beløbet er kommet over 63000 kr.?

a)
Her tager vi udgangspunkt i renteformlen $K = K_0 \cdot (1 + r)^n$ og indsætter de kendte værdier:

$K = 55620 \cdot (1 + 0.012)^6 \Rightarrow K = 59746.71884$

Dvs., at der står 59746,71 kr. på kontoen efter 6 år.

Alternativt kan renteformlen indtastes direkte som $K = K_0 \cdot (1 + r)^n$, hvorefter der højreklikkes på udtrykket og **Evaluate at a point** vælges. I et popup vindue indtastes de kendte værdier



$K = K_0 \cdot (1 + r)^n \xrightarrow{\text{evaluate at point}} K = 59746.71884$

Ulempen ved denne metode er faren for tastefejl, idet Maple i sit output ikke viser, hvilke tal der er indsat.

b)
Vi indsætter de kendte værdier i renteformlen og løser den fremkomne ligning:

$$63000 = 55620 \cdot (1 + 0.012)^n \xrightarrow{\text{solve}} \{n = 10.44482855\}$$

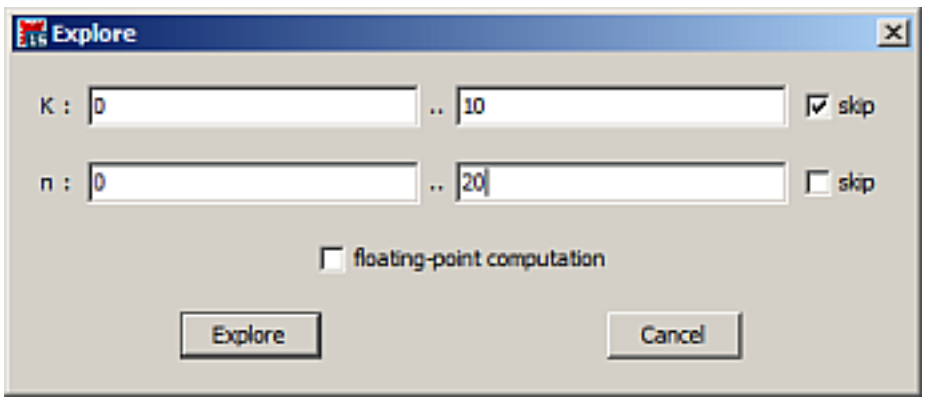
Dette viser, at efter 11 år er beløbet kommet over 63000 kr.

Hvis der er problemer med at opskrive og løse ligningen, kan eleven eksperimentere sig frem til resultatet ved at copy-paste udregningen under a) og ændre antallet af terminer successivt indtil 63000 nås.

Den eksperimenterende tilgang kan også styres med Maples **Exploration Assistant**: Højreklik på ligningen

$$K = 55620 \cdot (1 + 0.012)^n$$

og vælg Explore fra kontekstmenuen. Et popup vindue kommer frem:



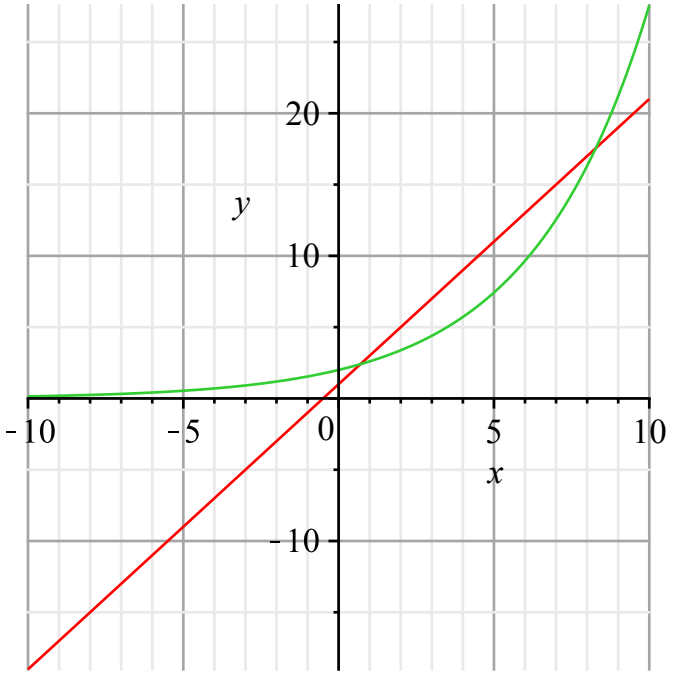
Her skipper vi K, og lader n være et helt tal i intervallet $[0, 20]$. Et klik på Explore-knappen vil åbne Explorer Assistant, hvor vi kan følge værdien af K, når vi varierer n. Det tager kun et øjeblik at finde løsningen her.

Tegning af grafer for sammenhænge:

Graferne for lineære, eksponentielle og potens sammenhænge tegnes meget nemt i Maple.
En lineær sammenhæng indtastes på den form, den kendes fra lærebogen: $y = a \cdot x + b$. For at tegne grafen, indsættes først et koordinatsystem, hvorefter $y = a \cdot x + b$ markeres og trækkes ind i koordinatsystemet. Når musetasten slippes, tegnes grafen. Flere sammenhænge kan på samme måde trækkes ind i koordinatsystemet og graferne for de afbildede sammenhænge tegnes i forskellig farve, der naturligvis kan ændres med et højreklik.
Layout kan naturligvis ændres: Kaldes kontekstmenuen frem med et højreklik i grafen kommer en lang række formateringsfaciliteter frem.

Eksempler på grafer tegnet på denne måde:

$y = 2\,x + 1$
$y = 2 \cdot 1.3^x$



Skæringspunkterne mellem graferne kan aflæses ved at benytte **Probe Info** værktøjet, der vælges fra kontekstmenuen.

Der kan således arbejdes med grafer og grafværktøjer uden at der skal skrives en eneste kommando.

Deskriptiv statistik

I Gym-pakken findes nogle statistik kommandoer, der gør arbejdet med deskriptiv statistik til en leg. Disse statistik rutiner skal bruges med omtanke, da man ikke lærer teorien ved blot at benytte Maple som en black-box, men er teorien først på plads, så kan en masse ret trivielt arbejde ungås ved at benytte Maple.

Lad os se på et eksempel:

Tabellen viser aldersfordelingen for de kvinder, der i 2005 blev indlagt for spontan abort på et sygehus i Danmark:

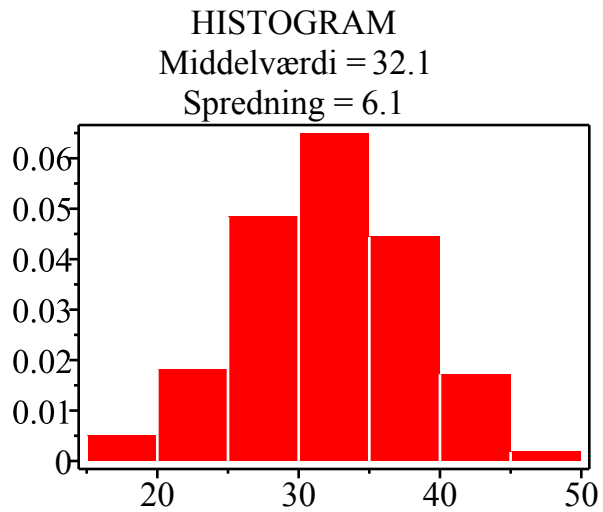
Alder (År)	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50
Frekvens(%)	2,5	9,1	24,2	32,5	22,2	8,6	0,9

Tegn histogram, sumkurve og find kvartilsættet.

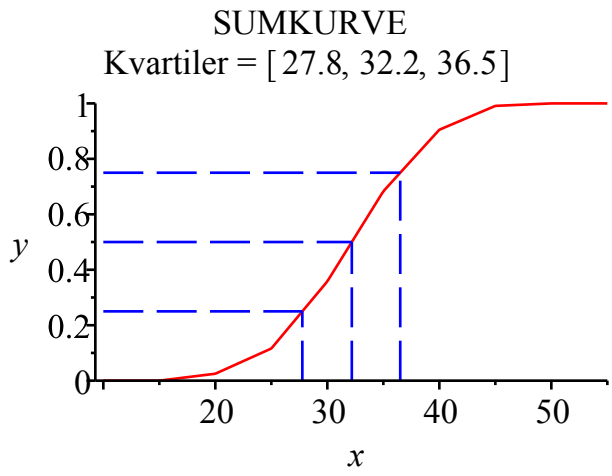
Tabellens data indtastes i en matrix, der tildeles navnet M

$$\begin{bmatrix} 15..20 & 2.5 \\ 20..25 & 9.1 \\ 25..30 & 24.2 \\ 30..35 & 32.5 \\ 35..40 & 22.2 \\ 40..45 & 8.6 \\ 45..50 & 0.9 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{assign to a name}} M$$

$plotHistogram(M)$



$plotSumkurve(M)$



Kvartilsættet vises sammen med sumkurven.

Det er ikke et krav, at intervalbredden er den samme, så her vil det være oplagt at eksperimentere med, hvad der sker, hvis to intervaller slås sammen.

Gym pakken indeholder tilsvarende værktøjer til arbejdet med ikke-grupperede observationssæt. Her hedder kommandoerne plotPindediagram og plotTrappekurve. Med disse værktøjer kan man sammenligne ovenstående grupperede observationssæt med det ikke-grupperede observationssæt, der fremkommer ved at erstatte intervallerne med intervalmidtpunkterne.

Løsning af ligninger

Man lærer ikke at løse ligninger ved at lade Maple løse dem, men med Manipulate Equation kan reglerne for ligningsløsning trænes trin for trin - og Maple laver ingen fejl under omformningen af ligningen.

Højre-klikkes på en ligning og vælg Manipulate Equation fra kontekstmenuen:

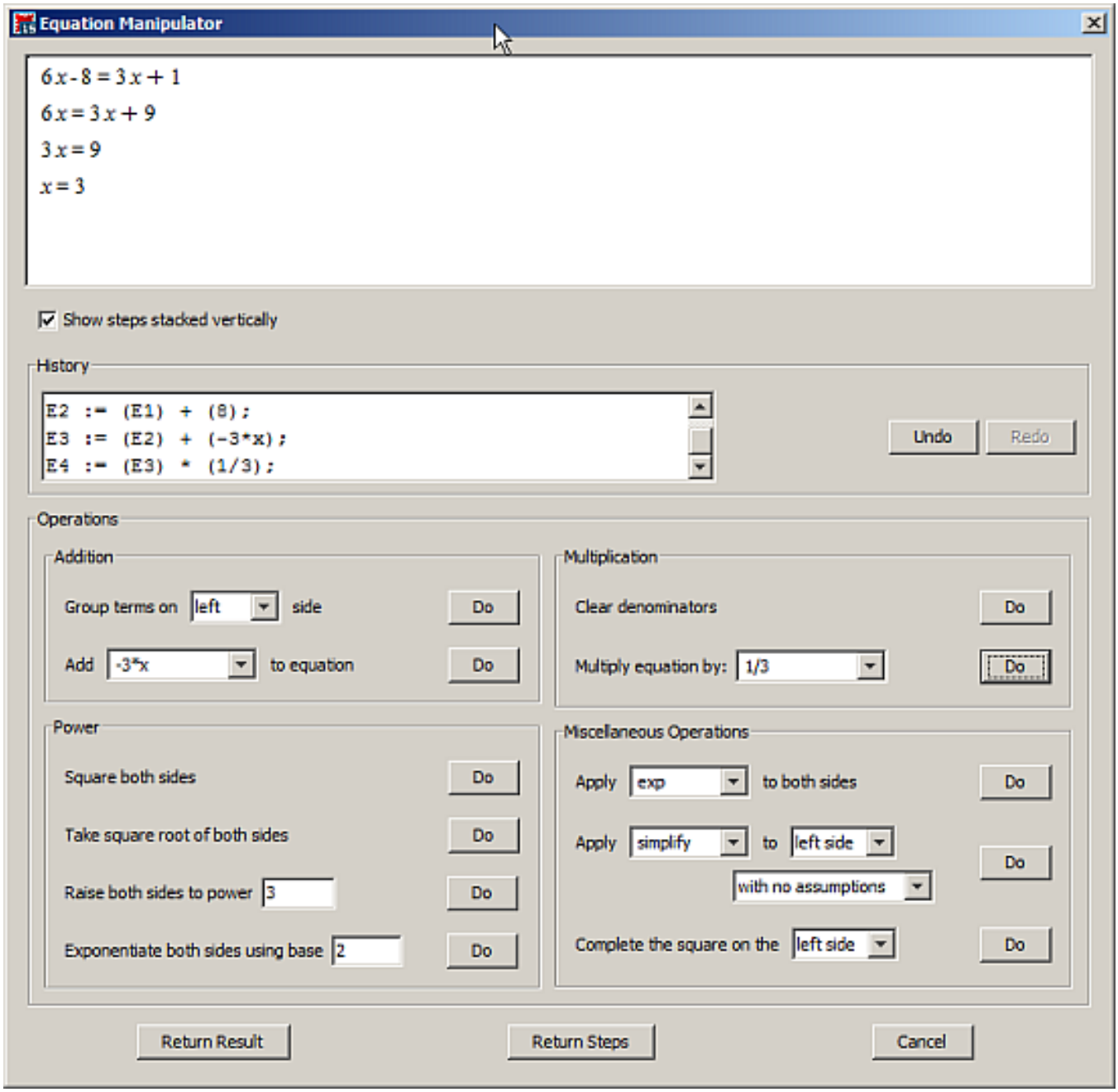
$$6\,x - 8 = 3\,x + 1 \xrightarrow{\text{manipulate equation}}$$

$$\begin{aligned} 6\,x - 8 &= 3\,x + 1 \\ 6\,x &= 3\,x + 9 \\ 3\,x &= 9 \\ x &= 3 \end{aligned} \tag{1}$$

Se billede af Equation Manipulator på næste side. Ligningen er løst ved først at lægge 8 til på begge sider. Maple foreslår selv denne mulighed i en drop-down liste. Hvis man ikke er tilfreds med Maples forslag, kan man lave sit eget og få det udført ved at trykke på Do-knappen. Fører ens forslag ikke til noget fornuftigt, kan handlingen fortrydes.
Når ligningen er løst trykkes på Return Steps, hvorefter løsningen og alle mellemregninger indsættes i Maple arket (som vist ovenfor).

Man kan løse ganske avancerede ligninger i Equation Manipulator - herunder de ligninger der optræder i forbindelse med eksponentielle- og potens sammenhænge.

En ulempe ved Equation Manipulator er, at Maple ikke kan holde fingrene væk fra udtrykkene på de to sider af lighedstegnet, hvor simple omformninger som fx samling af led. En ligning som fx $3\,(x + 2) - 2\,x = 2\,x + 5$ vil automatisk blive omformet til $x + 6 = 2\,x + 5$.


Equation Manipulator
6x - 8 = 3x + 1
6x = 3x + 9
3x = 9
x = 3
Show steps stacked vertically
History
E2 := (E1) + (8);
E3 := (E2) + (-3*x);
E4 := (E3) * (1/3);
Undo
Redo
Operations
Addition
Group terms on left side
Do
Add -3*x to equation
Do
Multiplication
Clear denominators
Do
Multiply equation by: 1/3
Do
Power
Square both sides
Do
Take square root of both sides
Do
Raise both sides to power 3
Do
Exponentiate both sides using base 2
Do
Miscellaneous Operations
Apply exp to both sides
Do
Apply simplify to left side
with no assumptions
Do
Complete the square on the left side
Do
Return Result
Return Steps
Cancel

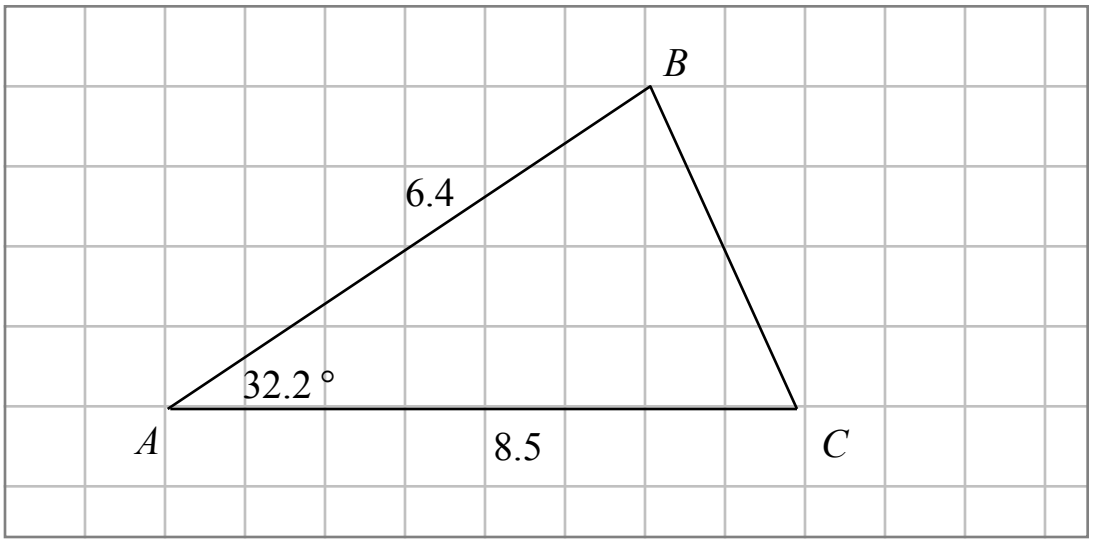
Trigonometri

Maple regner i radianer - og der er ikke en mode-knap som på en lommeregner, hvor der let kan skiftes fra radianer til grader. I stedet man man benytte Gym-pakkens trigonometriske funktioner *Sin*, *Cos* og *Tan*, der arbejder med grader som argument.

Et eksempel:

I trekant ABC, hvor vinkel C er spids, er $\angle A = 34.2°$, $\lvert AB\rvert = 6.4$ og $\lvert AC\rvert = 8.5$. a) Bestem trekantens areal b) Bestem længden af BC c) Bestem vinkel C.

Vi starter med at tegne en lille skitse i Maple's indbyggede tegneværktøj (Insert > Canvas)



Det skal understreges, at dette tegneværktøj kun er til skitser - der er ikke tale om et egentligt geometriprogram.

a)

$$Areal = \frac{1}{2} \cdot 6.4 \cdot 8.5 \cdot Sin(32.2) \Rightarrow Areal = 14.49423471$$

b)

$$BC^2 = 6.4^2 + 8.5^2 - 2 \cdot 6.4 \cdot 8.5 \cdot Cos(32.2) \xrightarrow{\text{solve}} \{BC = 4.598280498\}, \{BC = -4.598280498\}$$

Dvs., at $\lvert BC\rvert = 4.6$.

c)

Til bestemmelse af vinkel C benyttes sinusrelationerne:

$$\frac{Sin(C)}{6.4} = \frac{Sin(32.2)}{4.6} \xrightarrow{\text{solve}} \{C = 47.85022017\}$$

Da C er spids, er $\angle C = 47.9°$

Regression

Med Gym-pakken installeret kan Maple bruges til at arbejde med regressioner på C-niveau. Kommandoerne LinReg, ExpReg og PowReg klarer mere eller mindre automatisk arbejdet. Kommandoerne er meget fleksible, idet de tillader data at være repræsenteret i lister, vektorer eller tabeller - fx fra en importeret Excel tabel.

Et eksempel

Alder i år	2	3	4	5	6	7	8	9
Højde i cm.	84	91	98	104	112	119	124	129

$[2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9] \xrightarrow{\text{assign to a name}} \mathit{Alder}$

$[84, 91, 98, 104, 112, 119, 124, 129] \xrightarrow{\text{assign to a name}} \mathit{Højde}$

$\mathit{LinReg}(\mathit{Alder}, \mathit{Højde})$

Lineær Regression

$y = 6.56\,x + 71.5$

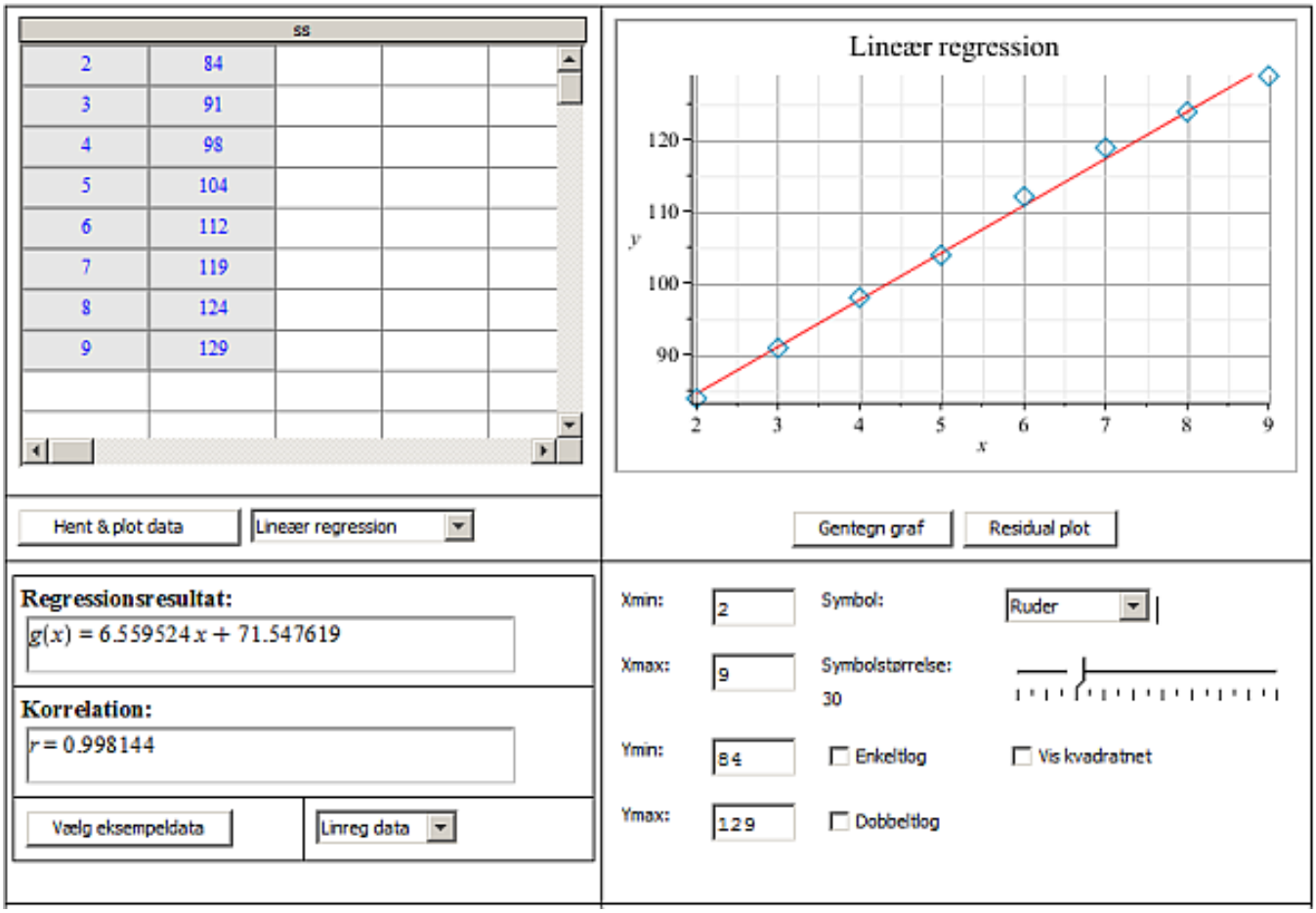
Forklaringsgrad $R^2 = 0.9962918115$

Vi ser, at den lineære sammenhæng er $y = 6.56\,x + 71.5$. Hvis den lineære udvikling fortsætter, kan vi finde højden ved en alder på fx 12 år ved

$y = 6.56\,x + 71.5 \xrightarrow{\text{evaluate at point}} y = 150.22$

Dvs., at i en alder på 12 år er højden ca. 150 cm.

Arbejdet med regressioner kan gøres endnu mere fleksibelt ved at hente et specielt Maple ark på Maple-Gym.dk. I dette ark indtastes data i et regnearkslignende felt, regressionsmodellen vælges i en drop-down menu og regressionen foretages med et tryk på en knap. Se næste side.


ss
2 84
3 91
4 98
5 104
6 112
7 119
8 124
9 129
Lineær regression
120
110
100
90
y
2 3 4 5 6 7 8 9
x
Hent & plot data
Lineær regression
Gentegn graf
Residual plot
Regressionsresultat:
g(x) = 6.559524 x + 71.547619
Korrelation:
r = 0.998144
Vælg eksempeldata
Linreg data
Xmin: 2
Xmax: 9
Ymin: 84
Ymax: 129
Symbol: Ruder
Symbolstørrelse: 30
Enkeltlog
Dobbeltlog
Vis kvadratnet